

Übungsblatt Nr. 7

Abgabe bis Freitag, 14.12.2012, 11:15 Uhr

Aufgabe 7.1: Potential eines elektrischen Dipols (Präsenzaufgabe)

Das Dipolmoment $\vec{p} = p \cdot \vec{e}_z$ eines punktförmigen Dipols entsteht im Grenzfall zweier entgegengesetzter Ladungen $q, -q$ im Abstand a , für die man $a \rightarrow 0$ und $q \rightarrow p/a$ betrachtet.

Stellen Sie das zugehörige Potential $\Phi(\vec{r}) = \vec{p} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3}$ in Kugelkoordinaten dar und zerlegen Sie es nach Kugelflächenfunktionen.

Aufgabe 7.2: Kartesische Multipolmomente

Betrachten Sie folgende Ladungsverteilungen und berechnen Sie die ersten drei (kartesischen) Multipolmomente: Gesamtladung Q , Dipolmoment \vec{p} und die Komponenten des Quadrupolmoments, Q_{ij} .

a) (Präsenzaufgabe) Drei Punktladungen sind entlang der x -Achse positioniert. Die beiden äußeren mit Ladung $q_{1/2} = q$ seien bei $\vec{r}_{1/2} = (\pm d, 0, 0)$ und die innere mit Ladung $q_3 = -2q$ im Ursprung $\vec{r}_3 = (0, 0, 0)$.

b) (Hausaufgabe) Vier Punktladungen in den vier Quadranten:

(3 Punkte)

- $q_1 = q$ positioniert bei $\vec{r}_1 = (1, 1, 0)$
- $q_2 = q$ positioniert bei $\vec{r}_2 = (-1, -1, 0)$
- $q_3 = -q$ positioniert bei $\vec{r}_3 = (1, -1, 0)$
- $q_4 = -q$ positioniert bei $\vec{r}_4 = (-1, 1, 0)$

Aufgabe 7.3: Multipolentwicklung des Potentials

Ein homogen geladener unendlich dünner Stab der Länge L trage die Gesamtladung Q_0 . Er sei entlang der z -Achse symmetrisch zum Ursprung positioniert.

a) (Präsenzaufgabe) Stellen Sie die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ in kartesischen Koordinaten dar.

b) (Hausaufgabe) Führen Sie die kartesische Multipolentwicklung für das Potential bis zu Termen $\sim r^{-3}$ durch. (4 Punkte)

c) (Hausaufgabe) Nutzen Sie den Zusammenhang zwischen kartesischen und sphärischen Multipolmomenten, um die Multipolentwicklung für das Potential bis $\sim r^{-3}$ in Kugelkoordinaten zu finden. (3 Punkte)