Übungen zur Theoretischen Physik 3 (Elektrodynamik & SRT) — Blatt 9

— Prof. S. Dittmaier, Universität Freiburg, WS 15/16 —

Übungsbetrieb im Jahreswechsel:

- Vom 22.12.2015 bis 8.1.2016 finden keine Tutorate statt.
  Ausnahme: Im Tutorium am Freitag, 8.1.2016, 14:00–16:00 Uhr im SR II, werden die Lösungen zu diesem Übungsblatt präsentiert.
- Um Punkte für dieses Übungsblatt zu erhalten, **geben Sie Ihre Lösungen bitte bis spätestens 23.12.2015 um 12:00 Uhr im Physik-Hochhaus, Zimmer 804 ab** (ggf. auch 802 oder 805). Die korrigierten Lösungen werden in den Tutoraten zurückgegeben.
- In den Tutoraten vom 12.–15.1.2016 wird Übungsblatt 10 besprochen.

Aufgabe 9.1 *Stromfaden in magnetisierbarem Medium* (1 Punkt)

Der Halbraum $x_1 > 0$ sei mit einem magnetisierbaren Medium der relativen Permeabilität $\mu_{r,\mathrm{I}}$ gefüllt, der Halbraum $x_1 < 0$ mit einem Medium der relativen Permeabilität $\mu_{r,\mathrm{II}}$. Ein gerader Stromfaden in x_3-Richtung, der (in positive x_3-Richtung) von einem Strom I durchflossen wird, ist im Abstand $x_1 = a$ von der Trennfläche der Medien angebracht. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke $\boldsymbol{H}$ sowie die magnetische Flussdichte $\boldsymbol{B}$ im ganzen Raum.

Hinweis: Die Feldstärke im Medium I lässt sich durch Einführen eines „Bildstroms“ I_I bei $x_1 = -a$ berechnen, die Feldstärke im Medium II durch einen Bildstrom I_II bei $x_1 = a$. Berechnen Sie die Feldstärke in beiden Halbräumen durch Verallgemeinerung des Ergebnisses $\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{\rho}\boldsymbol{e}_\varphi$ für die magnetische Flußdichte eines geraden Stromfadens durch den Koordinatenursprung. Bestimmen Sie I_I und I_II aus den Anschlußbedingungen für $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{H}$ an der Grenzfläche.

Bitte wenden

Aufgabe 9.2 *Linear polarisierte Ebene Wellen* (2 Punkte)

Das elektrische Feld $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x},t) = \boldsymbol{E}_0 \sin(\boldsymbol{k}\boldsymbol{x} - \omega t)$ und die magnetische Flussdichte $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t) = \boldsymbol{B}_0 \sin(\boldsymbol{k}\boldsymbol{x} - \omega t + \delta)$ sollen Lösungen der Maxwell-Gleichungen im Vakuum sein (d.h. $\rho = 0$ und $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{0}$).

a) Welche Bedingungen müssen dazu die Konstanten $\boldsymbol{E}_0$, $\boldsymbol{B}_0$, $\boldsymbol{k}$, ω und δ erfüllen? Welche Bedeutung haben diese Konstanten?

b) Finden Sie zugehörige Potentiale $\boldsymbol{A}$ und Φ (d.h. $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\Phi - \dot{\boldsymbol{A}}$), so dass diese

   (i) die Lorenz- und Coulomb-Eichung (d.h. $\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{A} + \dot{\Phi}/c^2 = 0$ und $\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{A} = 0$),

   (ii) nur die Lorenz-Eichung (d.h. $\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{A} + \dot{\Phi}/c^2 = 0$ und $\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{A} \neq 0$),

   (iii) nur die Coulomb-Eichung (d.h. $\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{A} = 0$ und $\dot{\Phi} \neq 0$),

   (iv) weder die Lorenz-, noch die Coulomb-Eichung

   erfüllen.

   Hinweis: Machen Sie zunächst einen Ansatz für $\boldsymbol{A}$. Der einfachste Ansatz erfüllt (i). Verwenden Sie dann Eichtransformationen.

Aufgabe 9.3 *Flussänderung durch eine bewegte Fläche* (1,5 Punkte)

Es sei $A(t)$ eine sich mit der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)$ bewegende Fläche und $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},t)$ ein Vektorfeld. Beweisen Sie die Formel

$$\frac{d}{dt} \int\limits_{A(t)} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},t) \cdot d\boldsymbol{A} = \int\limits_{A(t)} \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{A} \; + \int\limits_{A(t)} (\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{F})\,(\boldsymbol{v} \cdot d\boldsymbol{A}) \; + \oint\limits_{\partial A(t)} \boldsymbol{F} \cdot (\boldsymbol{v} \times d\boldsymbol{x}).$$

Hinweis: Betrachten Sie $\Phi(t) = \int_{A(t)} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x},t) \cdot d\boldsymbol{A}$ an den Stellen t und $t + \Delta t$. Verwenden Sie dann den Gaußschen Integralsatz für die geschlossene Fläche $A(t+\Delta t) \cup A(t) \cup \Delta A(t)$, wobei $\Delta A(t)$ die Fläche ist, die der Rand $\partial A(t)$ von $A(t)$ zwischen t und $t+\Delta t$ überstreicht. Achten Sie dabei auf Vorzeichen durch die Orientierung der Flächen (Normalenvektor) und des Randes.