

Aufgabe 6.1 *Anordnung dreier Punktladungen* (1 Punkt)

Betrachten Sie drei Punktladungen $q_i \neq 0$, $i = 1, 2, 3$ an den Orten \mathbf{x}_i , die nicht zusammenfallen. Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit die Gesamtladung q und das Dipolmoment \mathbf{p} verschwinden? Ist es möglich, dass das Quadrupolmoment Q_{ij} ebenfalls verschwindet?

Aufgabe 6.2 *Multipole eines Rotationsellipsoids* (2 Punkte)

Betrachten Sie ein homogen geladenes Rotationsellipsoid mit der Ladungsdichte ρ mit zwei kleinen Halbachsen a und der großen Halbachse b . Wählen Sie das Koordinatensystem so, dass die Symmetrieachse entlang der x_3 -Achse verläuft, so dass die Ladungsdichte durch

$$\rho(\mathbf{x}) = \begin{cases} \rho, & \frac{x_1^2+x_2^2}{a^2} + \frac{x_3^2}{b^2} < 1 \\ 0, & \frac{x_1^2+x_2^2}{a^2} + \frac{x_3^2}{b^2} > 1 \end{cases} \quad (1)$$

gegeben ist.

Berechnen Sie die Gesamtladung q und die kartesischen Dipol- und Quadrupolmomente \mathbf{p} , Q_{ij} . Berechnen Sie daraus auch die sphärischen Dipol- und Quadrupolmomente $q_{\ell,m}$ ($\ell = 1, 2$).

Aufgabe 6.3 *Dielektrische Kugel im elektrischen Feld* (2 Punkte)

Eine polarisierbare Kugel mit Radius R und relativer Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_{r,I}$ befinde sich innerhalb eines homogenen Mediums (relative Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_{r,II}$). Diese Anordnung werde in ein homogenes elektrisches Feld $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_3$ gebracht.

- a) Berechnen Sie das elektrostatische Potential Φ im Außen- und Innenraum der Kugel. Entwickeln Sie das Potential dazu jeweils in Legendre-Polynome und verwenden Sie die Randbedingungen für die Tangentialkomponente von \mathbf{E} und die Normalkomponente von \mathbf{D} an der Kugeloberfläche.
- b) Berechnen Sie das elektrische Feld innerhalb und außerhalb der Kugel und skizzieren die Feldlinien für die Fälle $\varepsilon_{r,I} > \varepsilon_{r,II}$ und $\varepsilon_{r,I} < \varepsilon_{r,II}$.
- c) Berechnen Sie die Polarisation \mathbf{P} in der Kugel und das Dipolmoment \mathbf{p} der Kugel.
- d) Für welchen Limes geht das System in den Fall einer leitenden Kugel über?