

Übungsblatt Nr. 11

Abgabe bis Freitag, 25.01.2013, 11:15 Uhr

Aufgabe 11.1: Bewegung unter konstanter Beschleunigung (Präsenzaufgabe)

- a) Betrachten Sie ein relativistisches Teilchen, das einer konstanten Kraft F in x -Richtung unterliegt. Lösen Sie die dazugehörige Bewegungsgleichung

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \dot{x}(t)) = F$$

und zeigen Sie, dass für eine geeignete Wahl der Anfangsbedingungen folgender Zusammenhang gilt:

$$x(t)^2 - (ct)^2 = \frac{c^4}{a^2}.$$

mit der Beschleunigung $a = F/m$. Skizzieren Sie die Bahn des Teilchens für verschiedene Werte von a in Raumzeit-Diagrammen.

- b) Betrachten Sie nun eine konstant beschleunigte Rakete, deren Länge in ihrem jeweiligen Ruhesystem zu jedem Zeitpunkt konstant sein soll. Zeigen Sie, dass das Ende und die Spitze der Rakete unterschiedlich beschleunigt werden müssen. (Dies ist als „Bellsches Raumschiffparadoxon“ bekannt).

Aufgabe 11.2: Teilchenproduktion und Zerfall

- a) (Präsenzaufgabe) Z^0 -Bosonen (Masse $m_Z = 91.2 \text{ GeV}/c^2$) lassen sich (unter anderem) in Kollisionen von Elektron-Positron Strahlen erzeugen, wenn die Energie im Schwerpunktsystem („centre-of-mass-system“) die Bedingung $E_{\text{CM}} > m_Z c^2$ erfüllt. Am LEP Collider am CERN in Genf wurden dafür Elektron- und Positronstrahlen mit einer Energie von jeweils $E = 45.6 \text{ GeV}$ zur Kollision gebracht. Auf welche Energie müsste man die Elektronen bringen, um Z^0 -Bosonen in Kollisionen mit *ruhenden* Positronen zu erzeugen?

- b) (Hausaufgabe)

(4 Punkte)

Betrachten Sie ein Top-Quark (Masse m_t), das in ein Bottom-Quark und ein W -Boson (Masse $m_W < m_t$) zerfällt:

$$t(p_t) \rightarrow b(p_b) + W(p_W).$$

In Klammern sind die Viererimpulse der entsprechenden Teilchen angegeben, die jeweils die relativistische Energie-Impulsbeziehung $(E_i/c)^2 - \vec{p}_i^2 = m_i^2 c^2$ erfüllen (diese wird auch als „Massenschalenbedingung“ bezeichnet). Die Masse des Bottom-Quarks kann vernachlässigt werden.

Bestimmen Sie die Energie des W -Bosons und des Bottom-Quarks im Ruhesystem des Top-Quarks jeweils als Funktion von m_t und m_W . Verwenden Sie dazu Viererimpuls-Erhaltung und die Massenschalenbedingungen.

Aufgabe 11.3: (Hausaufgabe)

Lorentz-Transformation von elektrischen und magnetischen Feldern

Bestimmen Sie das Verhalten des elektrischen Feldes $\vec{E}$ und des magnetischen Felds $\vec{B}$ unter einer Lorentz-Transformation in x -Richtung mit Geschwindigkeit v , $\Lambda(v\vec{e}_x)$. Verwenden Sie dazu das Transformationsgesetz des Feldstärketensors,

(6 Punkte)

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass sich das Ergebnis in der Form

$$\begin{aligned} \vec{E}'_{\parallel} &= \vec{E}_{\parallel}, & \vec{E}'_{\perp} &= \gamma \left(\vec{E}_{\perp} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right), \\ \vec{B}'_{\parallel} &= \vec{B}_{\parallel}, & \vec{B}'_{\perp} &= \gamma \left(\vec{B}_{\perp} - \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{E} \right), \end{aligned}$$

schreiben lässt, wobei $\vec{E}_{\parallel}$ bzw. $\vec{E}_{\perp}$ die Komponenten von $\vec{E}$ bezeichnet, die parallel bzw. senkrecht zu $\vec{v}$ stehen.